Bienvenue !

Visiter

"Physique Fine enjah "

sur youtube

Pour plus comprendre le cours

- *<u>Pendule de Torsion (**) SG</u>*

Un fil d'acier verticale , solidaire d'un support , est fixé à un solide dans un <u>plan horizantale</u> , en son centre O .

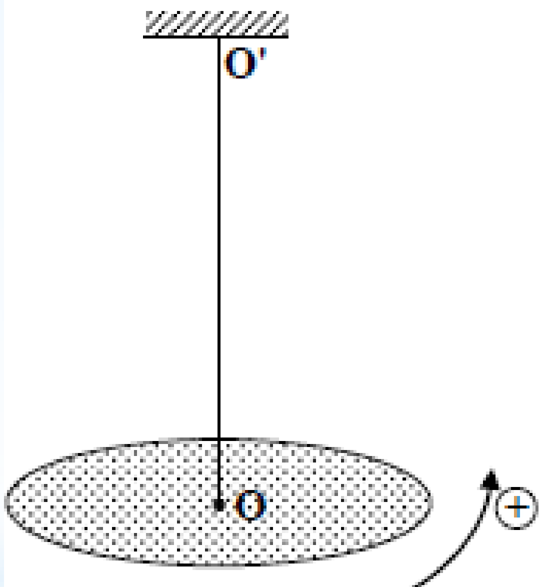

Fig.1

- ✓ *Dans la figure ci – contre :*

Fil de d'acier (OO') ,
Disque de centre O , liées au fil d'acier ,
Le disque est dans un plan horizantale , alors on peut prendre le niveau de référence de l'énérgie potenielle de pesanteur est le plan horizantale passant par le disque , car tout le mouvement va être dans ce plan , est alors on néglige l'énérgie potentielle de pesanteur .

➢ *Mouvement et étude théorique :*

On tourne le solide autour de la fil d'acier de constante de torsion C , d'un angle maximal θ_m dans un plan horizantale , puis on le lâche sans vitesse initiale .
On néglige la résistance de l'air , le solide effectue ainsi un mouvement harmonique simple .

➢ *Exercice fondamentale et complémentaire du cours :*

En général , le solide peut être un disque ou autre objet ...
de moment dinertie I *, par rapport à l'axe OO' .*

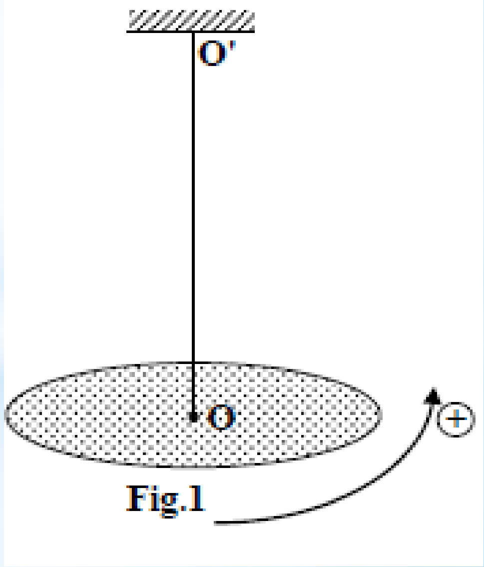

Fig.1

➢ *Enérgie mécanique:*

Sys : { Pendule de Torsion , *terre* } ,

$E_m = E_C + E_{PP} + E_{Pt}$, On rappelle que le niveau de référence
De l'énérgie potentielle de pesanteur est plan horizantale
passant par le centre de masse O du solide .
L'énérgie potentielle de Torsion , représente l'énérgie
associé à la couple de rappel (Couple de torsion) .

Donc $E_{PP} = 0$, alors : $E_m = \frac{1}{2}I\theta'^2 + \frac{1}{2}C\theta^2$.

➢ *<u>Equation différentielle qui régit le mouvement du solide :</u>*

On néglige les frottements , alors système énérgétiquement isolé , donc $E_m = cte$,
Alors $\frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}I2\theta'\theta" + \frac{1}{2}C2\theta\theta' = 0 \Rightarrow I\theta" + C\theta = 0\ \theta" + \frac{C}{I}\theta = 0$.

C'est une équation différentielle du second ordre $\theta" + {\omega_0}^2\theta = 0$, avec ${\omega_0}^2 = \frac{C}{I}$,
Donc : $\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{I}}$, et de période propre $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{C}}$.

➢ *<u>Application du moment cinétique pour détérminer l'équation différentielle :</u>*

Sys : { Solide } , Les forces éxtérieurs sont :

➢ Poids : $m\vec{g}$, réaction de l'axe de rotation $\vec{R}$ et le couple de torsion $\vec{\rho}$.

➢ $\sum M_{\overrightarrow{Fext}} = \frac{d\sigma}{dt} \Rightarrow M_{m\vec{g}} + M_{\vec{R}} + M_{\vec{\rho}} = I\theta"$

Or l'axe de rotation passe par le centre de masse O du solide , donc $M_{m\vec{g}} = 0$ *, et la réacrion de l'axe passe par l'axe , alors* $M_{\vec{R}} = 0$ *,et le moment du couple de rotation est* $-C\theta$ *, et parsuite :*

$0 + 0 - C\theta = I\theta''$ *, donc :* $\theta'' + \frac{C}{I}\theta = 0$ *, même équation différentielle .*

- ➢ *Pour une force de frottement exercé sur le système tel que* $M_{\overrightarrow{f_r}} = -b\theta'$ *, avec b est une constante positive . Appliquer la deuxième loi de Newton , pour détérminer l'équation différentielle .*

- ✓ *On a Sys : { Solide } ,*$\sum M_{\overrightarrow{Fext}} = \frac{d\sigma}{dt} \Rightarrow M_{m\vec{g}} + M_{\vec{R}} + M_{\vec{\rho}} + M_{\overrightarrow{f_r}} = I\theta''$ *,*

Donc : $0 + 0 - C\theta - b\theta' = I\theta''$ *, Donc:* $\theta'' + \frac{b}{I}\theta' + \frac{C}{I}\theta = 0$ *, C'est l'équation différentielle du mouvement .*

- ➢ *Déduire alors ,* $\frac{dE_m}{dt} = ??$
- ✓ *Sys : { Pendule de Torsion , terre } ,*

$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{1}{2}I2\theta'\theta'' + \frac{1}{2}C2\theta\theta' = \theta'(I\theta'' + C\theta)$$

Khaled Soubra - Terminal

D'après l'équation différentielle , on a : $I\theta'' + C\theta = -b\theta'$,

Alors $\frac{dE_m}{dt} = \theta'(-b\theta') = -b\theta'^2 < 0$ *, car b positif , ceci indique que* $E_m \downarrow$ *au cours du temps .*

Pour l'équation différentielle : $\theta'' + \frac{C}{I}\theta = 0$ *(s'il n'ya pas de frottement) , la solution est* $\theta = \theta_m sin(\sqrt{\frac{C}{I}}\ t + \varphi)$ *, ou* $\theta = \theta_m cos(\sqrt{\frac{C}{I}}\ t + \varphi)$ *.*